Quantité de mouvement

La fusée

On considère une fusée remplie de combustible, immobile dans l'espace et loin de tout corps célestes. L'étude se déroule dans un référentiel Galiléen, dont les axes sont définis par la direction de trois étoiles éloignées.

(a) Que peut-on dire du système fusée + combustible ?

(b) Exprimer et calculer le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}_{tot}$ du système fusée + combustible.

Pendant un intervalle de temps Δt, les moteurs brûlent 50kg de combustible, qui est éjecté à une vitesse de 2600m/s.
La fusée atteint alors une vitesse de 130m/s

(c) Quelle est la masse de la fusée ?

Solution: *On note :*
– $\vec{p}_{comb}$ la quantité de mouvement du combustible
– $\vec{p}_{fus}$ la quantité de mouvement de la fusée
– $\vec{v}_{comb}$ la vitesse du combustible éjecté
– $\vec{v}_{fus}$ la vitesse de la fusée
– m_{comb} la masse de combustible éjecté
– m_{fus} la masse de la fusée

Aucune force n'est subie par le système {fusée + combustible}, c'est donc un système isolé.
On peut écrire la quantité de mouvement totale du système $\vec{p}_{tot}$, comme la somme de la quantité de mouvement de la fusée $\vec{p}_{fus}$ et du combustible $\vec{p}_{comb}$:

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}_{fus} + \vec{p}_{comb}$$

Comme initialement, la vitesse de la fusée et du combustible est nulle, et comme $\vec{p} = m.\vec{v}$, à l'instant initial

$$\vec{p}_{tot}(t = 0) = \vec{0}$$

Après éjection du combustible, par conservation de la quantité de mouvement totale, on a toujours $\vec{p}_{tot}(\Delta t) = \vec{0}$.
À ce moment là, la quantité de mouvement du combustible éjecté est : $\vec{p}_{comb}(\Delta t) = m_{comb}.\vec{v}_{comb}$, et la quantité de mouvement de la fusée est $\vec{p}_{fus}(\Delta t) = m_{fus}.\vec{v}_{fus}$.

$$\vec{p}_{tot}(\Delta t) = \vec{p}_{fus} + \vec{p}_{comb}$$

$$\vec{p}_{tot}(\Delta t) = m_{fus}.\vec{v}_{fus} + m_{comb}.\vec{v}_{comb} = 0$$

$$m_{fus}.\vec{v}_{fus} + m_{comb}.\vec{v}_{comb} = 0$$

$$m_{fus}.\vec{v}_{fus} = -m_{comb}.\vec{v}_{comb}$$

$$m_{fus} = -\frac{m_{comb}.\vec{v}_{comb}}{\vec{v}_{fus}}$$

Attention : Ici, les vecteurs $\vec{v}_{comb}$ et $\vec{v}_{fus}$ sont dirigés dans un sens opposé. Lorsque l'on passe aux normes, un signe $-$ apparaît.

$$m_{fus} = -\frac{m_{comb}.(-v_{comb})}{v_{fus}}$$

$$m_{fus} = \frac{m_{comb}.v_{comb}}{v_{fus}}$$

Ici, v_{fus}, m_{comb} et v_{comb} sont connus, on peut faire le calcul :

$$m_{fus} = \frac{50 \times 2600}{130}$$

$$\boxed{m_{fus} = 10 \cdot 10^2 \text{kg}}$$

Le billard

Une boule de billard de vitesse initiale $\vec{v}_i$ dans le référentiel terrestre tape sur une boule initialement au repos et de même masse. Après le choc, la première boule reste immobile.

(a) Quelle est la propriété du référentiel terrestre ?

(b) Que dire de la quantité de mouvement du système pseudo-isolé formé par les deux boules, assimilées à des points matériels.

(c) Déduire les caractéristiques du mouvement de la seconde boule après le choc.

Solution: (a) Le référentiel terrestre peut être considéré pour des mouvements proches de sa surface comme *galiléen*

(b) Le système formé par les deux boules est pseudo-isolé : la quantité de mouvement de ce système se *conserve.*

(c) La quantité de mouvement totale pour la boule 1 et 2 est :

$$\vec{p}_{tot} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

initialement, la boule 2 est immobile, et $\vec{p}_{2avant} = \vec{0}$. Après le choc, c'est la boule 1 qui est immobile. $\vec{p}_{1après} = \vec{0}$. Alors, la quantité totale de mouvement est passée dans la deuxième boule :

$$\vec{p}_{2après} = \vec{p}_{tot} = \vec{p}_{1avant}$$

$$\vec{p}_{2après} = \vec{p}_{1avant}$$

$$m.\vec{v}_{2après} = m.\vec{v}_{1avant}$$

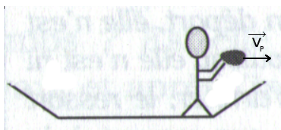
Les deux boules étant identiques, elles ont la même masse m. Les vecteurs vitesse sont orientés dans le même sens, on peut passer aux normes sans changer de signe.

$$m.v_{2après} = m.v_{1avant}$$

$$\boxed{v_{2après} = v_{1avant}}$$

Une pierre pour avancer

Louisa est assise dans un canoë au milieu d'un lac. Le canoë est immobile et Louisa, qui a perdu sa pagaie, souhaite regagner la rive avec son embarcation. Elle ne dispose alors que d'une pierre présente dans son canoë. Se rappelant de ses cours de Terminale, elle décide de la jeter par dessus bord, horizontalement vers l'arrière de l'embarcation.



On définit le système (S), constitué de Louisa, du canoë et de la pierre.

Données : Masse de Louisa : $m_L = 55$kg ; Masse du canoë : $m_c = 39$kg ; Masse de la pierre : $m_p = 4,2$kg ; Vitesse de la pierre : $v_p = 2,5$m.s^{-1}.

On néglige les frottements dus à l'air et l'eau.

(a) Sans justifier, indiquer ce qui va se passer après le lancer

(b) Avant le lancer, le système (S) est-il isolé ou pseudo-isolé ?

(c) Quel est le vecteur quantité de mouvement avant le lancer $\vec{p}_{avant}(S)$?

(d) Exprimer puis calculer la valeur de la vitesse v du canoë (et de Louisa) après le lancer.

(e) Dans quel sens se déplace le canoë après le lancer.

(f) Quelle est alors la nature du mouvement du canoë ? Est-ce cohérent avec une situation réelle ? Justifier.

Solution: (a) Le canoë va reculer

(b) Le poids appliqué au système, est vertical vers le bas. Pourtant, le canoë ne coule pas : le système subit la poussée d'Archimède, vertical et vers le haut, de norme égale au poids : *le système est pseudo-isolé*

(c)

$$\vec{p}_{avant}(S) = (m_L + m_c) \cdot \vec{v} + m_p \cdot \vec{v}_p$$

$$\vec{p}_{avant}(S) = (m_L + m_c) \cdot \vec{0} + m_p \cdot \vec{0}$$

$$\vec{p}_{avant}(S) = \vec{0}$$

(d) Le système S est pseudo-isolé : on peut appliquer la conservation de la quantité de mouvement.

$$\vec{p}_{\text{après}}(S) = \vec{0}$$

$$\vec{p}_{\text{après}}(S) = (m_L + m_c) \cdot \vec{v} + m_p \cdot \vec{v}_p = \vec{0}$$

$$(m_L + m_c) \cdot \vec{v} + m_p \cdot \vec{v}_p = \vec{0}$$

$$(m_L + m_c) \cdot \vec{v} = -m_p \cdot \vec{v}_p$$

$$\vec{v} = -\frac{m_p \cdot \vec{v}_p}{(m_L + m_c)}$$

La vitesse du canoë $\vec{v}$ est de sens opposé à la vitesse de la pierre $\vec{v}_p$: un signe $-$ apparait lorsque l'on passe aux normes.

$$v = -\frac{m_p \cdot -(v_p)}{(m_L + m_c)}$$

$$v = \frac{m_p \cdot v_p}{(m_L + m_c)}$$

$$\boxed{v = \frac{4{,}2 \times 2{,}5}{39+55} \approx 0,11 \text{m.s}^{-1}}$$

(e) Le canoë se déplace en sens opposé à la pierre.

(f) Le mouvement est rectiligne uniforme. Cela correspond à une situation idéale, car on néglige tous frottements. En réalité, il s'agirait d'un mouvement rectiligne ralenti.